

Analyse limite de la diffraction d'ondes électromagnétiques par une structure mince

Guy Bouchitté

► **To cite this version:**

Guy Bouchitté. Analyse limite de la diffraction d'ondes électromagnétiques par une structure mince. Comptes Rendus de l'Académie des Sciences Serie II, 1990, 311 (1), pp.51–56. hal-01283331

HAL Id: hal-01283331

<https://hal-univ-tln.archives-ouvertes.fr/hal-01283331>

Submitted on 27 Aug 2019

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Optique/Optics

Analyse limite de la diffraction d'ondes électromagnétiques par une structure mince

Guy BOUCHITTE

Résumé — On fait l'analyse limite des équations de Maxwell dans le cas d'un obstacle diffractant dont l'épaisseur h tend vers 0 et dont les permittivité et perméabilité évoluent avec h . Une nouvelle condition d'interface est obtenue généralisant les résultats de [1] et [2].

A limit analysis problem in electromagnetic wave theory

Abstract — The limit analysis of the Maxwell system is performed in the case of a scattering body whose thickness h tends to 0 while the permittivity and the permeability vary with h . A new interface condition is obtained which extends the results of [1] and [2].

Abridged English Version — All through the paper, $(0, e_1, e_2, e_3)$ is a rectangular coordinate system. We will denote by $|x|$ the Euclidean norm of a point $x = (x_1, x_2, x_3)$ of \mathbb{R}^3 . Assuming a time dependence $\exp(-i\omega t)$, the electromagnetic field is described by a pair (E, H) of complex vector-valued functions in $L_{loc}^2(\mathbb{R}^3, \mathbb{C}^3)$.

Let us consider:

Σ_0 a bounded (possibly disconnected) open subset of \mathbb{R}^2 ,

$f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}_+$ a Lipschitzian function such that $f > 0$ on Σ_0 ,

h a small thickness parameter ($h > 0$)

and the open subset of \mathbb{R}^3 defined by:

$$\Omega_h = \{ (x_1, x_2) \in \Sigma_0, 0 < x_3 < hf(x_1, x_2) \}.$$

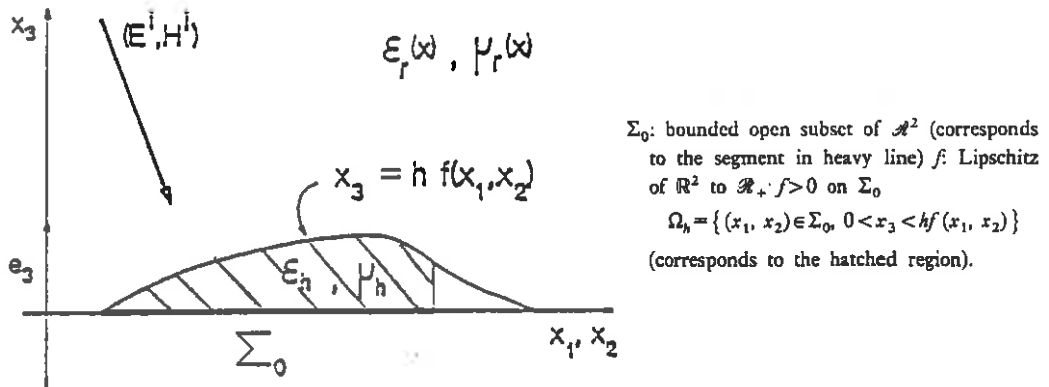
We study the diffraction of an incident electromagnetic field (E^i, H^i) by the structure described below (*Fig.*): Ω_h is filled up with an homogeneous medium with relative permittivity ε_h and relative permeability μ_h . The exterior of Ω_h is assumed to have the electromagnetic parameters of the vacuum for $|x|$ sufficiently large, so that outside Ω_h we represent the relative permittivity and the relative permeability by two piecewise smooth functions $\varepsilon_r(x)$ and $\mu_r(x)$ which become equal to 1 for $|x|$ greater than a suitable R . Denoting by $\tilde{\varepsilon}_h$ (or $\tilde{\mu}_h$) the function taking value ε_h (or μ_h) on Ω_h and $\varepsilon_r(x)$ [or $\mu_r(x)$] on the complementary of Ω_h , the system of equations satisfied by the total field (E_h, H_h) reads as:

$$(\mathcal{P}_h) \begin{cases} \operatorname{rot} E_h = i\omega\mu_0 \tilde{\mu}_h H_h \\ \operatorname{rot} H_h = -i\omega\varepsilon_0 \tilde{\varepsilon}_h E_h \\ (E_h - E^i, H_h - H^i) \text{ satisfies } (*) \text{ as } |x| \rightarrow \infty \end{cases}$$

where $(*)$ is the so-called Silver-Müller radiation condition, ε_0 and μ_0 are the permittivity and the permeability of the vacuum.

In several problems of physical interest, the thickness h is very small whereas ε_h and μ_h are large in modulus. Therefore we suppose in this note that ε_h and μ_h depend on h and dealing with problem (\mathcal{P}_h) , we go to the limit as h tends to 0 [the limit problem (\mathcal{P}_0) being expected as a good approximate of (\mathcal{P}_h)].

Note présentée par Robert DAUTRAY.



We show (*see* theorem 2 below) that the weak convergence of the solution (E_h, H_h) in L^2_{loc} is obtained provided the parameters $h\varepsilon_h$ and $h\mu_h$ have limits as $h \rightarrow 0$. In that case we are led to a new transmission condition on Σ_0 which involves the tangent components of the limit field (E, H) taken from above ($x_3 > 0$) and from below ($x_3 < 0$). This relation depends on the shape function f and on the limit values $A = \lim h\varepsilon_h$ and $B = \lim h\mu_h$. This extends earlier results ([1], [2]) obtained in a scalar case and assuming that only ε_h (and not μ_h) depends on h . The physical interest of the case $B \neq 0$ (that is $|\mu_h| \rightarrow \infty$) has been suggested by D. Maystre [3] who also predicted the related transmission condition from a heuristic approach. Let us emphasize that this condition is purely local so that the extension of our results to the case of a periodic structure Ω_h (for example a grating) is straightforward. For numerical results related to the case of a grating, the interested reader can refer to [7].

1. POSITION DU PROBLÈME. — Désignant par χ_h la fonction caractéristique de l'obstacle diffractant Ω_h ($\chi_h = 1$ sur Ω_h et 0 ailleurs), les permittivité et perméabilité relatives $\tilde{\varepsilon}_h, \tilde{\mu}_h$ en tout point $x \in \mathbb{R}^3$ sont de la forme :

$$(1.1) \quad \tilde{\varepsilon}_h = \varepsilon_h \chi_h + \varepsilon_r (1 - \chi_h), \quad \tilde{\mu}_h = \mu_h \chi_h + \mu_r (1 - \chi_h)$$

où ε_r, μ_r sont supposées de classe C^1 par morceaux et telles que $\text{Im } \varepsilon_r \geq 0$ et $\text{Im } \mu_r \geq 0$. Le complémentaire de Ω_h est supposé vide de matière au-delà d'une certaine distance :

$$(1.2) \quad \exists R > 0 \text{ tel que } \varepsilon_r(x) = \mu_r(x) = 1, \quad \forall |x| > R.$$

On désigne par ε_0, μ_0 les constantes du vide (réels > 0) et par $k_0 = \omega(\varepsilon_0 \mu_0)^{1/2}$ le nombre d'onde associé. L'obstacle est éclairé par un champ incident (E^i, H^i) solution de l'équation de Helmholtz homogène $\Delta u + k_0^2 u = 0$ pour $|x| > R$. Le champ diffracté

$(E^d, H^d) \stackrel{\text{def}}{=} (E - E^i, H - H^i)$ vérifie la condition de rayonnement de Silver Müller [3] :

$$(1.3) \quad \begin{cases} \text{(i)} & E^d(x) = o\left(\frac{1}{|x|}\right), \quad H(x) = o\left(\frac{1}{|x|}\right) \\ \text{(ii)} & \omega \varepsilon_0 \left(\frac{x}{|x|} \wedge E^d\right) - k_0 H^d = o\left(\frac{1}{|x|}\right), \quad \omega \mu_0 \left(\frac{x}{|x|} \wedge H^d\right) + k_0 E^d = o\left(\frac{1}{|x|}\right). \end{cases}$$

Pour tout $h > 0$, on considère la solution (E_h, H_h) dans $L^2_{loc} \times L^2_{loc}$ du problème de diffraction suivant :

$$(1.4)_h \quad \begin{cases} \text{(i)} & \text{rot } E_h = i \omega \mu_0 \tilde{\mu}_h H_h \\ \text{(ii)} & \text{rot } H_h = -i \omega \varepsilon_0 \tilde{\varepsilon}_h E_h \\ \text{(iii)} & (E_h^d, H_h^d) \text{ vérifie la condition (1.3)} \end{cases}$$

[les équations (i) et (ii) étant prises au sens des distributions sur \mathbb{R}^3].

L'objet de cette note est d'étudier la convergence de la suite des solutions (E_h, H_h) lorsque $h \rightarrow 0$, puis de déterminer le problème limite associé à $(1.4)_h$. Le résultat va dépendre du comportement des paramètres ε_h et μ_h et du facteur de forme f , comme nous l'avons déjà établi dans un travail antérieur ([1], [2]) limité à une étude scalaire effectuée en supposant μ_h constant et $|\varepsilon_h| \rightarrow \infty$. L'intérêt du cas $|\mu_h| \rightarrow \infty$ nous a été suggéré par D. Maystre qui, par ailleurs, avait obtenu la relation (4.4) ci-dessous de manière heuristique [3].

Commentaires sur le problème $(1.4)_h$. — (a) On remarque que les inconnues E_h et H_h jouent un rôle symétrique : il suffit d'échanger $(\mu_0, \tilde{\mu}_h)$ avec $(-\varepsilon_0, \tilde{\varepsilon}_h)$. En éliminant H_h (par exemple), on obtient que E_h vérifie :

$$(1.5) \quad \text{rot} \left(\frac{1}{\tilde{\mu}_h} \text{rot } E_h \right) - k_0^2 \tilde{\varepsilon}_h E_h = 0.$$

Il résulte alors de (1.2) que, pour $|x| > R$, E_h est solution de $\Delta E_h + k_0^2 E_h = 0$, donc analytique. Supposant connues les valeurs de E_h et de H_h pour $|x| = r > R$, (1.3) permet d'exprimer le champ diffracté pour $|x| > r$; d'après Stratton et Chu [4] :

$$(1.6) \quad \begin{cases} E_h^d(x) = \int_{|y|=r} \left[i \omega \mu_0 \Phi(x-y) \left(\frac{y}{r} \wedge H_h^d(y) \right) + \text{grad } \Phi(x-y) \wedge \left(\frac{y}{r} \wedge E_h^d(y) \right) \right] d\sigma \\ H_h^d(x) = \int_{|y|=r} \left[-i \omega \varepsilon_0 \Phi(x-y) \left(\frac{y}{r} \wedge E_h^d(y) \right) + \text{grad } \Phi(x-y) \wedge \left(\frac{y}{r} \wedge H_h^d(y) \right) \right] d\sigma \end{cases}$$

avec $\Phi(x) = e^{ik_0|x|} / 4\pi|x|$.

(b) Pour l'existence et l'unicité du problème $(1.4)_h$, on pourra consulter [5] et [6]. L'unicité résulte du fait que si (E^i, H^i) est nul, alors d'après (1.3) :

$$(1.7) \quad \text{Re} \int_{|x|=r} (E_h \wedge H_h) \cdot \frac{x}{r} d\sigma \geq 0$$

avec égalité dans (1.7) si et seulement si (E_h, H_h) est nul pour $|x| > R$.

2. ESPACES FONCTIONNELS UTILISÉS. — D'après (1.6), il suffit de connaître (E_h, H_h) sur la boule $\Omega = \{|x| < 2R\}$ de frontière Γ . On notera :

$$\Omega^+ = \{x \in \Omega; x_3 > 0\}, \quad \Omega^- = \{x \in \Omega; x_3 < 0\}.$$

Posant $n = x/|x|$, on considère les espaces de Hilbert suivants (cf. [4]) :

$$H(\text{rot}, \Omega) = \{u \in (L^2(\Omega))^3; \text{rot } u \in (L^2(\Omega))^3\},$$

$$H^{-1/2}(\text{div}, \Gamma) \text{ (resp. } H^{-1/2}(\text{rot}, \Gamma)) = \{v \in (H^{-1/2}(\Gamma))^3; v \cdot n = 0$$

$$\text{et } \text{div}_\Gamma v \text{ (resp. } \text{rot}_\Gamma v) \in H^{-1/2}(\Gamma)\}.$$

D'après [5], l'application $u \in C^1(\bar{\Omega}) \rightarrow n \wedge u \in C^0(\Gamma)$ se prolonge en une application linéaire

continue de $H(\text{rot}, \Omega)$ dans $H^{-1/2}(\text{div}, \Gamma)$ et de ce fait $u_\tau \stackrel{\text{def}}{=} -n \wedge (n \wedge u)$ définit une trace tangentielle dans $H^{-1/2}(\text{rot}, \Gamma)$ [espace qui s'identifie au dual de $H^{-1/2}(\text{div}, \Omega)$].

Pour tout $(u, v) \in [H(\text{rot}, \Omega)]^2$, on a la formule d'intégration par parties :

$$(2.1) \quad \int_{\Omega} (\text{rot } u \cdot v - \text{rot } v \cdot u) dx = \int_{\Gamma} (n \wedge u) \cdot v_{\Gamma} d\Gamma,$$

l'intégrale dans le second membre de (2.1) étant éventuellement prise au sens de la dualité $(H^{-1/2}(\text{div}, \Gamma), H^{-1/2}(\text{rot}, \Gamma))$.

Considérons maintenant un élément u de $H(\text{rot}, \Omega \setminus \Sigma_0)$. Alors $u|_{\Omega^+}$ (resp $u|_{\Omega^-}$) est dans $H(\text{rot}, \Omega^+)$ [resp. $H(\text{rot}, \Omega^-)$] et on définit dans $(H_{00}^{1/2})'(\text{div}, \Sigma_0)$:

$$(e_3 \wedge u)^+ [\text{resp } (e_3 \wedge u)^-] \stackrel{\text{def}}{=} \text{trace de } e_3 \wedge u \text{ sur } \Sigma_0 \text{ prise pour } x_3 > 0 \quad (\text{resp } x_3 < 0),$$

$$[e_3 \wedge u] \stackrel{\text{def}}{=} (e_3 \wedge u)^+ - (e_3 \wedge u)^-.$$

De même, on définit les traces tangentielles dans $(H_{00}^{1/2})'(\text{rot}, \Sigma_0) : u_{\Gamma}^+, u_{\Gamma}^-, [u_{\Gamma}] = u_{\Gamma}^+ - u_{\Gamma}^-$. Enfin pour tout ouvert \mathcal{O} de \mathbb{R}^3 , on notera $\mathcal{E}(\mathcal{O})$ l'espace de Schwartz des fonctions indéfiniment dérivables sur \mathcal{O} (muni de la convergence uniforme sur les compacts inclus dans \mathcal{O}).

3. ESTIMATIONS. — On fera désormais les hypothèses suivantes :

$$(3.1) \quad \exists c_0 > 0, \exists \theta_0 > 0 \text{ tels que } \tilde{\varepsilon}_h, \tilde{\mu}_h \in \{z \in \mathbb{C}; |z| \geq c_0, 0 \leq \text{Arg } z \leq \pi - \theta_0\}$$

$$(3.2) \quad \liminf_{h \rightarrow 0} \text{Arg } \varepsilon_h > 0 \quad [\text{ou } (3.2') \limsup_{h \rightarrow 0} \text{Arg } \mu_h > 0].$$

La condition (3.2) ou (3.2') exprime que ε_h et μ_h ne peuvent rester réels en même temps. Quitte à permuter E_h et H_h dans ce qui suit, on supposera (3.2) et on fera l'hypothèse ci-dessous (démontrée dans la section 5) :

(H) E_h est bornée dans $(L^2(\Omega))^3$ (donc admet une sous suite encore notée (E_h) faiblement convergente).

Utilisant l'hypoellipticité de l'opérateur $(\Delta + k_0^2)$, on obtient alors la convergence de (E_h, H_h) dans $\xi(\mathbb{R} < |x| < 2R)$ que l'on étend à $\xi(|x| > R)$ en passant à la limite dans (1.6). On écrit ensuite sur l'ouvert Ω la formulation faible associée à (1.5), que l'on déduit de (2.1) :

$$(3.3) \quad \forall F \in H(\text{rot}, \Omega),$$

$$\int_{\Omega} \left(\frac{1}{\tilde{\mu}_h} \text{rot } E_h \cdot \text{rot } F - k_0^2 \tilde{\varepsilon}_h E_h \cdot F \right) dx + i\omega \mu_0 \int_{\Gamma} (n \wedge H_h) \cdot F_{\Gamma} d\Gamma = 0.$$

Faisant $F = \tilde{E}_h$ dans (3.3) et à l'aide de (3.1) et (3.2), on obtient :

$$(3.4) \quad \exists M > 0 \text{ tel que } \int_{\Omega} \frac{1}{|\tilde{\mu}_h|} |\text{rot } E_h|^2 dx + \int_{\Omega} |\tilde{\varepsilon}_h| |E_h|^2 dx \leq M.$$

On déduit alors :

PROPOSITION 1. — (E_h, H_h) admet une sous suite faiblement convergente dans $(L_{loc}^2)^3 \times (L_{loc}^2)^3$ vers (E, H) dont la restriction à Ω appartient à $(H(\text{rot}, \Omega \setminus \Sigma_0))^2$. De plus, (E, H) vérifie (1.3) et au sens des distributions sur $|\mathbb{R}^3 \setminus \Sigma_0$:

$$(3.5) \quad \text{rot } E = i\omega \mu_0 \mu_r H, \quad \text{rot } H = -i\omega \varepsilon_0 \varepsilon_r E.$$

Si de plus (E, H) est nul, alors la convergence précédente est forte dans L_{loc}^2 .

4. ÉNONCÉ DU RÉSULTAT. — Le problème limite associé à (1.4)_h lorsque $h \rightarrow 0$ est lié au comportement des complexes $h\varepsilon_h$ et $h\mu_h$ ou de façon équivalente à celui des

paramètres δ_h et Z_h (épaisseur optique et impédance du milieu Ω_h) définis par :

$$(4.1) \quad \delta_h = h(\epsilon_h \mu_h)^{1/2} \quad (\text{Im } \delta_h \geq 0), \quad Z_h = \left(\frac{\mu_0}{\epsilon_0}\right)^{1/2} \left(\frac{\mu_h}{\epsilon_h}\right)^{1/2} \quad (\text{Re } Z_h \geq 0)$$

dont on notera δ et Z les limites respectives si elles existent.

THÉORÈME 2. — *On suppose que (3.1) et (3.2) sont vérifiées et qu'il existe deux nombres complexes A et B tels que :*

$$(4.2) \quad h \epsilon_h \rightarrow A, \quad h \mu_h \rightarrow B \quad \left(\text{alors } \delta = (AB)^{1/2} \text{ et } Z = \left(\frac{\mu_0}{\epsilon_0}\right)^{1/2} \left(\frac{B}{A}\right)^{1/2} \text{ si } A \neq 0 \right).$$

Soit (E^i, H^i) un champ incident et (E_h^i, H_h^i) la solution correspondante du problème de diffraction (1.4)_h. Alors (E_h, H_h) converge faiblement dans $(L^2_{loc})^3 \times (L^2_{loc})^3$ vers l'unique solution (E, H) du système :

$$(4.3) \quad \begin{cases} \text{rot } E = i\omega \mu_0 \mu_r H & \text{sur } \mathbb{R}^3 \setminus \Sigma_0 \\ \text{rot } H = -i\omega \epsilon_0 \epsilon_r E & \text{sur } \mathbb{R}^3 \setminus \Sigma_0 \\ (**) \text{ sur } \Sigma_0 \text{ et } (E - E^i, H - H^i) \text{ vérifie (1.3)} \end{cases}$$

où **(**)** est une condition de transmission sur Σ_0 qui s'exprime différemment selon que δ est nul ou non [cf. (4.4), (4.5) et (4.6) ci-dessous].

Cas $\delta \neq 0$ (alors $AB \neq 0$ et $Z \neq 0$) :

$$(4.4) \quad \begin{cases} (e_3 \wedge H)^+ = \frac{i}{Z \sin(k_0 \delta f)} (\cos(k_0 \delta f) E_T^+ - E_T^-) \\ (e_3 \wedge H)^- = \frac{i}{Z \sin(k_0 \delta f)} (E_T^+ - \cos(k_0 \delta f) E_T^-) \end{cases}$$

Cas $\delta = 0$ (i.e. $AB = 0$) :

$$(4.5) \quad \begin{cases} E_T^+ = E_T^- \\ [e_3 \wedge H] = -i\omega \epsilon_0 A f(x_1, x_2) E_T^+ \end{cases} \quad \text{si } A \neq 0$$

$$(4.6) \quad \begin{cases} (e_3 \wedge H)^+ = (e_3 \wedge H)^- \\ [E_T] = -i\omega \mu_0 B f(x_1, x_2) (e_3 \wedge H)^+ \end{cases} \quad \text{si } A = 0.$$

Commentaires. — 1. La condition **(**)** obtenue d'abord dans $((H_{00}^{1/2})'(\Sigma_0))^3$ permet d'établir que les traces considérées sont en fait associées à des fonctions de $(H_{loc}^{1/2}(\Sigma_0))^3$. 2. Supposer Σ_0 borné a été utile pour exprimer la condition de radiation sous les formes équivalentes (1.3) et (1.6). L'extension au cas Σ_0 non borné (par exemple Ω_h est une structure périodique [7]) est possible et conduit sur l'interface Σ_0 à la même condition de transmission [**(**)** est de caractère local]. 3. La convergence de (E_h, H_h) a lieu en fait dans $\mathcal{D}(\mathbb{O})$ pour tout ouvert \mathbb{O} de $\mathbb{R}^3 \setminus \Sigma_0$ sur lequel ϵ_r et μ_r sont analytiques.

5. DÉMONSTRATION DU THÉORÈME 2. — On suppose dans une première étape que (H) est vérifié. Compte tenu de la proposition 1, il reste à établir **(**)** et l'unicité. On considère deux fonctions $\varphi(x_1, x_2)$ et $\psi(x_1, x_2)$ dans $(\mathcal{D}(\Sigma_0))^3$ telles que $\varphi \cdot e_3 = \psi \cdot e_3 = 0$ et on pose :

$$(5.1) \quad F_h(x) = \varphi(x_1, x_2) \cos(k_0 \delta_h \theta_h(x)) + \psi(x_1, x_2) \sin(k_0 \delta_h \theta_h(x))$$

avec

$$\theta_h(x) = 0 \quad \text{si } x_3 < 0 \quad \text{et} \quad \theta_h(x) = \inf \left\{ \frac{x_3}{h}, f(x_1, x_2) \right\} \quad \text{si } x_3 \geq 0.$$

Écrivant (3.3) avec $F = F_h$, on obtient la relation $I_h + J_h = 0$, où :

$$(5.2) \quad I_h = \int_{\Omega} \int_{\Omega_h} \left(\frac{1}{\mu_r} \operatorname{rot} E_h \cdot \operatorname{rot} F_h - k_0^2 \varepsilon_r E_h \cdot F_h \right) dx + i\omega \mu_0 \int_{\Gamma} (n \wedge H_h) \cdot F d\Gamma$$

$$(5.3) \quad J_h = \frac{1}{\mu_h} \int_{\Omega_h} (\operatorname{rot} E_h \cdot \operatorname{rot} F_h - k_0^2 \varepsilon_h \mu_h E_h \cdot F_h) dx.$$

La convergence faible de $(1 - \chi_h) \operatorname{rot} E_h$ vers $\operatorname{rot} E$ dans $(L^2(\Omega))^3$ permet de montrer que I_h converge. Compte tenu de (3.5), la limite I s'écrit :

$$(5.4) \quad I = i\omega \mu_0 \int_{\Sigma_0} [(e_3 \wedge H)^+ \cdot (\varphi \cos k_0 \delta f + \psi \sin k_0 \delta f) - (e_3 \wedge H)^- \cdot \varphi] dx_1 dx_2.$$

Ensuite on intègre J_h par parties en remarquant que sur Ω_h , on a $\operatorname{rot} F_h \sim e_3 \wedge \partial F_h / \partial x_3$ et $\operatorname{rot}(\operatorname{rot} F_h) \sim -\partial^2 F_h / \partial x_3^2 = k_0^2 \varepsilon_h \mu_h F_h$. On obtient :

$$(5.5) \quad J_h \sim \frac{\omega \mu_0}{Z_h} \int_{\Sigma_0} [E_T^+ \cdot (\psi \cos k_0 \delta_h f - \varphi \sin k_0 \delta_h f) - E_T^- \cdot \psi] dx_1 dx_2.$$

On exprime alors que $\lim_{h \rightarrow 0} J_h = -I$ et l'on déduit (***) en faisant varier φ et ψ .

Unicité. — Si $(E^i, H^i) = (0, 0)$ avec (E, H) non nul, on déduit de (1.7) l'inégalité $\operatorname{Re} \int_{\Sigma_0} [(e_3 \wedge H)^+ \cdot E_T^+ - (e_3 \wedge H)^- \cdot E_T^-] dx_1 dx_2 < 0$, qui est incompatible avec (***) dans le cas $\delta = 0$ du fait que $\operatorname{Im} A$ et $\operatorname{Im} B$ sont positifs et dans le cas $\delta \neq 0$ du fait que

$$|\operatorname{Im}(Z \sin k_0 \delta f)| \leq \operatorname{Im}(Z \sin k_0 \delta f \cos k_0 \delta f).$$

La seconde étape consiste à montrer (H) en observant que si $t_h = \|E_h\|_{L^2(\Omega)}$ tend vers ∞ , on peut appliquer ce qui précède au couple $(E_h/t_h, H_h/t_h)$ dont la limite faible est nulle d'après l'unicité. La convergence forte dans $L^2(\Omega)$ établie dans la Proposition 1 fournit alors une contradiction.

Note remise le 5 janvier 1990, acceptée après révision le 10 mai 1990.

RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- [1] G. BOUCHITTÉ et R. PETIT, On the concepts of a perfectly conducting material and of a perfectly conducting and infinitely thin screen, *Radio Science*, 24, n° 1, 1989.
- [2] G. BOUCHITTÉ, *Thèse d'État*, Perpignan, 1987.
- [3] D. MAYSTRE, Communication privée, Marseille, 1989.
- [4] R. DAUTRAY et J.-L. LIONS, *Analyse mathématique et calcul numérique pour les sciences et les techniques*, Masson, 1984.
- [5] M. CESSENAT, *Résolution de problèmes de Maxwell en régime harmonique par des méthodes intégrales*, Rapport C.E.A., CEL-V/DS-EM n° 587, 1987.
- [6] C. MÜLLER, *Foundations of the Mathematical Theory of Electromagnetic Waves*, Springer, 1969.
- [7] R. PETIT et G. TAYEB, On the numerical study of gratings consisting of periodic arrays of thin resistive strips, *J. Opt. Soc. Am. A.* (soumis).

*Laboratoire d'Optique Électromagnétique, U.R.A.-C.N.R.S. n° 843,
Faculté des Sciences de Saint-Jérôme, 13397 Marseille Cedex 13
et Département de Mathématiques, Université de Toulon et du Var, B.P. n° 132, 83957 La Garde Cedex.*